

Soluciones Tema 6 y 7
(Ejercicios Autocomprobación)

Ejercicio 1

Solución

a)

Sea la v.a $X \equiv$ nº de averías en 8 horas

La tasa de avería por 8 horas, será:

$$0.025 \text{ averías/horas} \cdot 8 \text{ horas} = 0.2$$

$X \sim \text{Poisson}(0.2)$

$$P(X=2)=0.0163$$

b) Sea la v.a $Y \equiv$ nº de averías en los turnos del año pasado

Se verifica que $Y=X|X \leq 2$

$$P[Y = 2] = P[X = 2 | X \leq 2] = \frac{P(X = 2)}{P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)} = \frac{0.0163}{0.9988} \\ = 0.01639$$

c) Sea $Z \equiv$ nº de turnos (de los 600) en los que el robot tiene 2 averías

$Z \sim \text{Bin}(600, 0.01639)$

$$P(Z = 1) = 600 \cdot 0.01639 \cdot 0.98361^{599} = 0.00049$$

Ejercicio 2

Datos

$R \equiv$ nº de bolas rojas entre las diez bolas extraídas de la urna $\sim \text{Bin}(n=10, p=0.5)$

Solución

a)

$$P(R > 7) = P(R = 8) + P(R = 9) + P(R = 10) \\ = \binom{10}{8} 0.5^8 0.5^2 + \binom{10}{9} 0.5^9 0.5 + \binom{10}{10} 0.5^{10} = 0.0547$$

b)

$N \equiv$ nº de bolas negras entre las 10 $\sim \text{B}(n=10, p=0.3)$

$A \equiv$ nº de bolas azules entre las 10

$$P(N > R + A) = P(N > 5) = \sum_{i=6}^{10} P(N = i) = \sum_{i=6}^{10} \binom{10}{i} 0.3^i 0.7^{10-i} = 0.0473$$

c)

$$P(R = 4, N = 4, A = 2) = \frac{10!}{4! 4! 2!} 0.5^4 0.3^4 0.2^2 = 0.064$$

Ejercicio 3

Datos

$X \equiv$ n° de quejas que llegan al año $\sim P(\lambda=6 \cdot 12=72)$

Solución

$P(\text{revisar más de 20 quejas}) = P(\text{lleguen más de 100 quejas}) = P(X > 100)$

Como $\lambda=72 > 5$, vamos a aproximar esa probabilidad por una distribución Normal, usando la corrección por continuidad.

$$Y \sim N(\lambda, \sqrt{\lambda}) \equiv N(72, 8.4852)$$

$$P(X > 100) = P(X \geq 101) \approx P(Y \geq 100.5) = P\left(Z \geq \frac{100.5-72}{8.48528}\right) = P(Z \geq 3.36) = 0.000483 \text{ donde } Z \sim N(0,1)$$

$T \equiv$ tiempo entre llegadas de las quejas que debe revisar el gerente (en meses) \equiv tiempo hasta que llega el 5° suceso de Poisson $\sim \text{Erlang}(\lambda=6.5)$

$$E(T) = \frac{5}{6} ; V(T) = \frac{5}{36}$$
